YALITIMLI CAM ÜNİTELERİNDE YAYILI YÜKLEME ALTINDA PLAKALAR ARASINDAKİ YÜK PAYLAŞIMININ SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE ANALİZİ

Murat Yılmaz[1], Sedat Kömürcü[2], Erol Demirkan[3], Murat Çelik[4]
[1,2,3,4]İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, İstanbul

ABSTRACT

The use of glass units as facade cladding in modern buildings has become a common practice. These units are generally formed as double or triple plates by dry air or another gas (argon, etc.) between the plates to provide heat insulation. This makes the engineering design under the wind and thermal loading difficult, since one must consider the force interactions between the plates due to the pressure change. In this study, the effect of the change in the geometrical properties of a doubly insulated rectangular glass unit on the interaction between the plates is investigated. Boyle-Mariotte law and geometric nonlinear plate finite element analysis are considered together.

Keywords: Boyle-Mariotte's Law, Façade cladding, Finite Element Method, Geometrically nonlinear, Insulating glass units

ÖZET

Modern binalarda cephe giydirmesi olarak cam ünitelerinin kullanılması oldukça yaygın bir uygulama haline gelmiştir. Bu üniteler termal yalıtım sağlayabilmek üzere genellikle aralarında kuru hava veya bir başka gaz (argon vb.) bulunan çift veya üçlü plakalar şeklinde teşkil edilmektedirler. Bu durum, rüzgâr ve termal yükler altında yapılan plaka dizaynına ilişkin mühendislik hesaplamalarını zorlaştırmaktadır, zira plakalar arasındaki hacim ve basınç değişikliklerinden kaynaklanan kuvvet etkileşimlerinin deplasman ve gerilmeye olan etkilerinin dikkate alınması gerekmektedir. Bu çalışmada rüzgâr yükleri altında çift yalıtımlı dikdörtgen cam ünitelerine ait plakalar arasındaki etkileşimin ünitenin geometrik özellikleri ile değişimi parametrik olarak incelenmiştir. Hesaplamalarda Boyle-Mariotte yasası ve geometrik bakımdan doğrusal olmayan plak sonlu elemanlar analizleri birlikte ele alınmıştır.

Anahtar kelimeler: Boyle-Mariotte Kanunu, Geometri bakımından doğrusal olmayan analiz, Giydirme cephe, Sonlu Elemanlar Yöntemi, Yalıtımlı cam ünitesi

GİRİŞ

Plaklar, bir boyutu diğer iki boyutu yanında oldukça küçük olan yapı elemanlarıdır ve cam ünitelerinin mekanik hesapları için kullanılması uygundur. Yalıtımlı cam (YC) üniteleri, birden fazla cam plağının termal yalıtım sağlayabilmek üzere aralarında kuru hava veya bir başka gaz olacak şekilde sızdırmaz teşkilinden oluşur. Yüksek binalar veya havaalanları gibi modern yapılarda genellikle yalıtımlı cam üniteleri tercih edilmektedir.

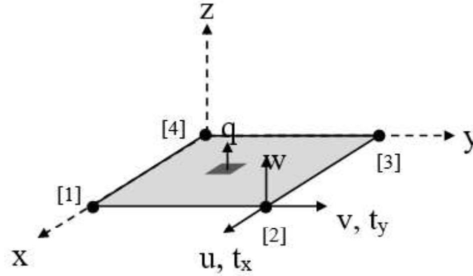
YC ünitelerinin yapısal davranışını analiz etmek için literatürde birçok özgün çalışma mevcuttur. Chou ve ark. konu ile ilgili olarak gerçekleştirdikleri deneysel ve teorik çalışmalarında yalıtımlı cam ünitelerinin yapısal davranışları üzerine basitleştirici

formülasyonlar elde etmişlerdir [1]. [2] de yalıtım cam ünitelerindeki yük paylaşımı, doğrusal ve doğrusal olmayan plak deplasmanları analizi gerçekleştirilerek ortaya konulmuştur. Kabuk eleman kullanılarak cam plakların doğrusal olmayan davranışını analiz etmek üzere sonlu eleman modelleri uygulanmıştır [3]. Yapısal olmayan pencere cam plaklarının sismik davranışı incelenmiştir [4, 5]. Diğer araştırmacılar, ince cam plaklardaki yaklaşık yanal deplasmanları tahmin etmek amacıyla bir yöntem oluşturmuşturlar [6]. Başka bir çalışmada ise birleştirilmiş değişken yükler altında yapısal camlar için bir doğrulanma formülü sunulmuştur [7]. Çevresel yükler için yalıtım cam ünitelerinin yük paylaşımını belirlemek üzere karşılaştırmalı bir çalışma gerçekleştirilmiştir [8].

Bu çalışmada, çift YC ünite plaklarının yayılı yük altındaki etkileşimlerini dikkate alan geometrik yaddoğrusal Sonlu Eleman analizleri gerçekleştirilmiş ve değişken yük ve yalıtım boşluğu için ünitenin mekanik davranışı parametrik olarak incelenmiştir.

YALITIM ÜNİTELERİNİN SONLU ELEMAN FORMÜLASYONU

Yükleme altında, YC üniteleri arasında hacim değişikliği nedeniyle kuvvet etkileşimi meydana gelmektedir. Bu etkileşim geometrik yaddoğrusal probleme ilaveten yük açısından da yaddoğrusal bir durumu getirmektedir. Problemin çözümü için Klasik Plak Teorisi [9] ve Boyle-Mariotte yasasının birlikte kullanılması gerekmektedir. Modellerde, elastik ve izotropik malzeme kabülü yapılmış olup, aynı zamanda yükleme esnasında YC ünitelerinin hem iç hem de dış kısımlarında sıcaklık değişikliği oluşmadığı ve ortam basıncının atmosferik basınca (p_{env}=101.3 kPa) eşit olduğu kabülleri yapılmıştır. Şekil 1' de plak elemanına ait serbestlikler ve yükleme yönü gösterilmiştir.



Şekil 1. 4 nodlu kabuk elemanı

Sırasıyla, yerel x , y ve z yönlerinde, u, v ve w yer değiştirme alanı olarak belirlenmiştir. Elemanın şekil değiştirme alanları ve bünye deklemleri Denklem (1) de verilmiştir;

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 = u_{,x} + 0.5w_{,x}^2 \\ \varepsilon_{yy}^0 = v_{,y} + 0.5w_{,y}^2 \\ \gamma_{xy}^0 = u_{,y} + v_{,x} + 0.5w_{,x}w_{,y} \end{Bmatrix} \Rightarrow \quad \mathbf{N} = [\mathrm{A}]\mathbf{e}^0,$$
$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 = -w_{,xx} \\ \varepsilon_{yy}^1 = -w_{,yy} \\ \gamma_{xy}^1 = -2w_{,xy} \end{Bmatrix} \Rightarrow \quad \mathbf{M} = [\mathrm{D}]\mathbf{e}^1 \qquad (1)$$

burada A_{ij} and D_{ij} sırasıyla uzama ve eğilme rijitlikleri olup, Denklem (2)'deki genel bünye denklemlerinden elde edilmişlerdir.

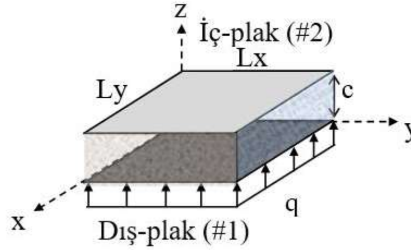
$$\begin{Bmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{yy}\\ \sigma_{xy}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11} & Q_{12} & 0\\ Q_{12} & Q_{22} & 0\\ 0 & 0 & Q_{66}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix},\quad A_{ij}=hQ_{ij},\quad D_{ij}=\frac{h^3}{12}Q_{ij},$$

$$Q_{11}=\frac{E}{1-v^2},\quad Q_{22}=\frac{E}{1-v^2},\quad Q_{12}=\frac{vE}{1-v^2},\quad Q_{66}=\frac{E}{2(1+v)} \tag{2}$$

Sonlu eleman denklemleri, Virtuel İş Teoremi kullanarak Deklem (3) seklinde elde edilebilir;

$$\begin{aligned}&\iint_A\left(N_x\frac{\partial\overline{u}}{\partial x}+N_{xy}(\frac{\partial\overline{u}}{\partial y}+\frac{\partial\overline{v}}{\partial x})+N_y\frac{\partial\overline{v}}{\partial y}\right)\mathrm{d}A+\\ &\iint_A\left(\frac{\partial\overline{w}}{\partial x}(\frac{\partial w}{\partial x}N_x+\frac{\partial w}{\partial y}N_{xy})+\frac{\partial\overline{w}}{\partial y}(\frac{\partial w}{\partial x}N_{xy}+\frac{\partial w}{\partial y}N_y)\right)\mathrm{d}A+\\ &-\iint_A\left(M_x\frac{\partial^2\overline{w}}{\partial x^2}+2M_{xy}\frac{\partial^2\overline{w}}{\partial x\partial y}+M_y\frac{\partial^2\overline{w}}{\partial y^2}\right)\mathrm{d}A=\iint_A\left(\overline{w}q(x,y)\right)\mathrm{d}A\end{aligned} \tag{3}$$

Üst çizgili terimler yer değiştirme alanlarının varyasyonlarıdır. Şekil 2 ‘de, YC ünitesinin dış ve iç plakları ve seçilen yükleme yönü gösterilmiştir.



Şekil 2. İki tabakalı yalıtım cam ünitesi

Dış ve iç plak denklemleri Denklem (3) deki tekil cam plaklar için kompakt formda aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_1(\mathbf{w}_1)&=\mathbf{q}-\mathbf{dp}\\ \mathbf{k}_2(\mathbf{w}_2)&=\mathbf{dp}\end{aligned} \tag{4}$$

burada $\mathbf{dp}$ boşluk basıncındaki değişikliği (dp) temsilen oluşturulan sonlu eleman dış yük vektörüdür. İki plak arasındaki etkileşimi temsilen Boyle-Mariotte kanunu aşağıdaki şekilde elde edilebilir,

$$k_3(dp)=dp(V_c+\Delta V_c)+p_{env}\Delta V_c=0 \tag{5}$$

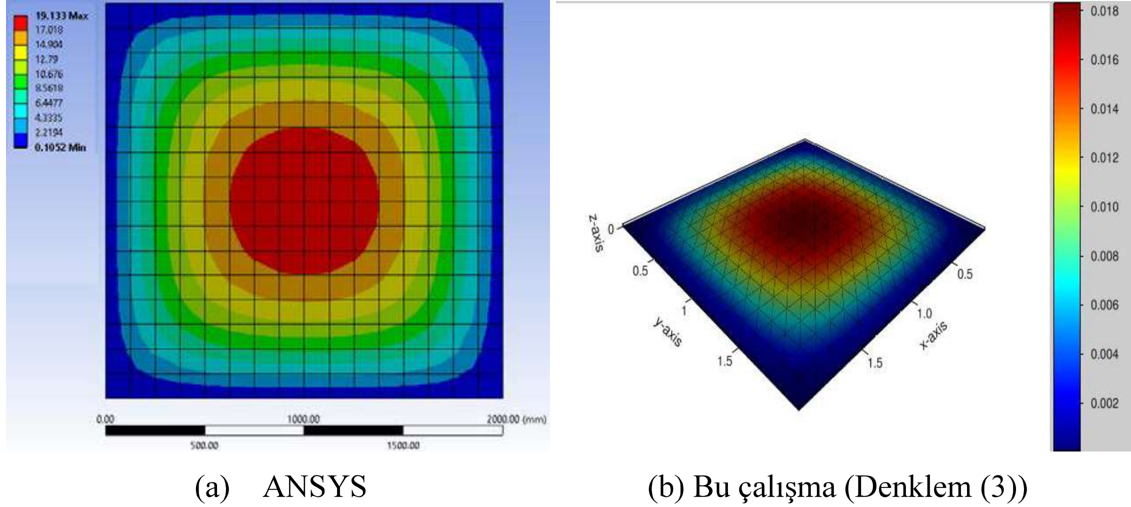
Burada V_c ve p_{env} sırasıyla, yükleme öncesi boşluk hacmi ve ortam basıncıdır. ΔV_c is boşluk hacimindeki değişikliği ifade etmektedir. Denklem (5)‘e ilişkin Newton iterasyon şeması aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\left.\frac{\mathrm{d}k_3}{\mathrm{d}dp}\right|_{dp=dp_i}=\left.\left((V_c+\Delta V_c)+(dp+p_{env})\frac{\mathrm{d}\Delta V_c}{\mathrm{d}dp}\right)\right|_{dp=dp_i}=-k_3(dp_i) \tag{6}$$

Analizler, Denklem (4) ve Denklem (6) birlikte kullanılarak iteratif olarak gerçekleştirilmiştir.

SAYISAL ÖRNEKLER

Plak formulasyonun ve sınır koşullarının doğruluğunu test etmek üzere öncelikle boyutları 2.0x2.0 (mxm) ve kalınlığı h=6 mm olan tekil bir cam plak çözümü yapılarak sonuçlar Şekil 3'te ANSYS ve pr-EN16612 ile karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Sınır koşulu olarak: kenar nodlar plak düzlemine dik doğrultuda tutulu, orta nod ise plak sadece düzleminde tutulu şeklinde girilmiştir. Malzeme özellikleri için Elastisite modülü E=70 GPa ve Poisson oranı ν=0.22 olarak alınmıştır.



(a) ANSYS (b) Bu çalışma (Denklem (3))

Sekil 3. 2x2 (mxm), h=6 (mm) tekil cam ünitesi Sonlu Eleman çözümü deplasman kontur grafiği (Eleman ağı 16x16). Yayılı yük q=1.0 kPa. Doğrusal analiz maksimum deplasman (w0): 48.78 mm. Geometrik yaddoğrusal analiz sonuçları (maksimum deplasman): ANSYS=19.13 mm, Bu çalışma=18.43 mm, pr-EN16612=19.45 mm.

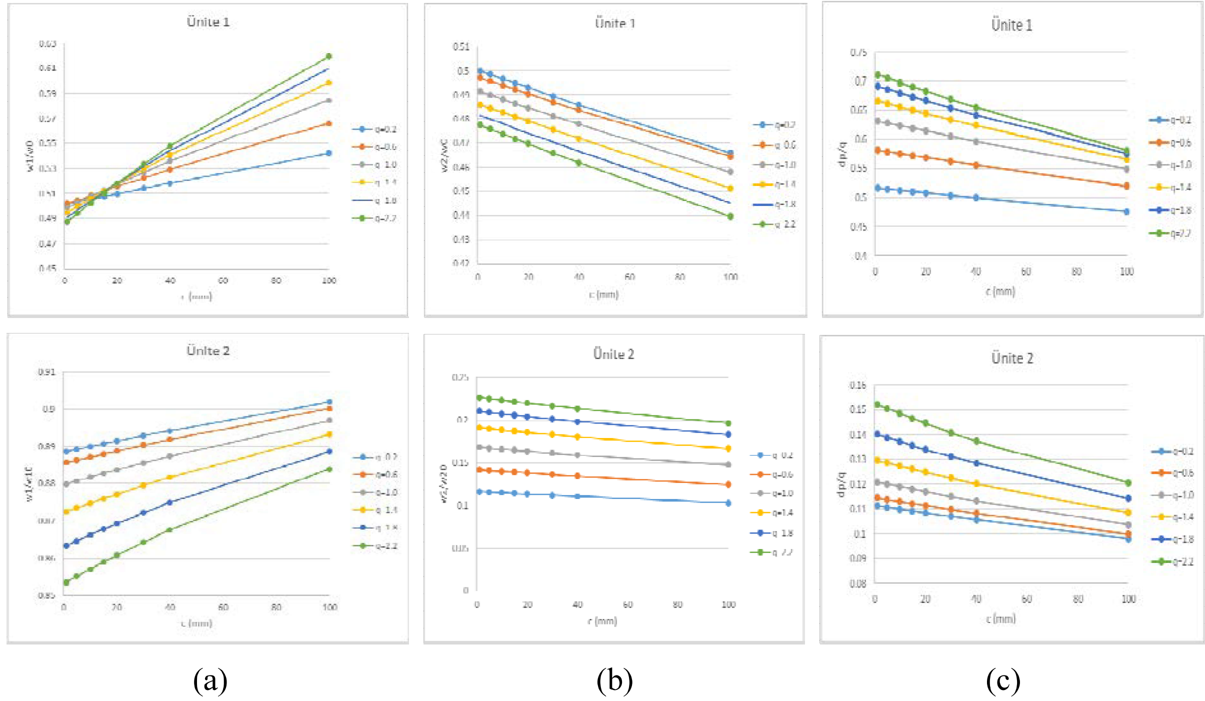
Parametrik incelemede hesap zamanını kısa tutmak üzere Şekil 3'te mevcut çözümde görülen %5 civarındaki hatanın kabul edilebilir sınırlar içinde olduğu değerlendirilmiştir.

Tablo 1' de parametrik inceleme için seçilen YC üniteleri, yayılı yükler ve boşluk mesafeleri gösterilmektedir.

Tablo 1. Parametrik inceleme için seçilen cam üniteleri (Sonlu Eleman ağı: 16x16) .

	Lx(m)	Ly (m)	h1/h2 (mm)	q (kPa)	c (cm)
Ünite-1	1.5	1.5	6/6	0.6, 1.0, 1.4	0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0
Ünite-2	1.5	1.5	12/6	0.6, 1.0, 1.4	0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0

Analiz sonuçlar Şekil 4' deki grafiklerde verilmektedir. Bu grafiklerde "0" indisini barındıran deplasmanlar ilgili camın aynı yükleme altında tekil olarak çözümünden elde edilen maksimum deplasman değeridir.



(a) (b) (c)

Sekil 4. Tablo 1 de verilen YC ünitelerine ait analiz sonuçları (wi: i numaralı camın maksimum deplasmanıdır).

Grafiklerden de görüleceği üzere genel olarak *c* nin artmasıyla birlikte camlar arasındaki etkileşim azalma eğilimindedir. Şekil 4a da görülebileceği üzere eşit kalınlıklı plaklar dumunda yük paylasımı dış plakta %50-60, iç plakta %50-40 bandında gerçekleşmektedir. Bu durumda, mühendislik hesaplamaları açısında güvenli tarafta kalmak üzere eşit kalınlıklı plaklar için dış cama yayılı yükün %60’ ı, iç cama %50’ si gelecek şekilde tekil plak çözümleri ile hesaplama yapmanın uyun olacağı sonucuna varılabilir. Yine Şekil 4 (a) ve 4 (b) de görüldüğü üzere dış cam plak kalınlığı iki katına çıkarıldığında etkileşim büyük oranda azalmakta ve bu durumda oranlar dış plakta %85-90, iç plakta %12-22 bandına taşınmaktadır. Bu sonuç mühendislik hesaplamaları açısından 2/1 cam oranı için dış cama %90, iç cama %22 yük aktarımı ile tekil çözüm yapılabileceği şeklinde yorumlanabilir. Ara kalınlıklar için etkileşlimlerin h1/h2 oranına göre doğrusal değişeceği kabülüne göre hesap yapmak uygun olacaktır.

DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada, YC ünitelerinin yayılı yükleme altında geometrik doğrusal olmayan analizleri, cam plaklar arasındaki etkileşim dikkate alınarak gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar, plakların değişken kalınlıkları, ara boşluk mesafeleri ve basınç değeri için elde edilmiştir. Sayısal örneklerde yayılı yük ve ara boşluk mesafesinin ünite davranışına etkisi değerlendirilmiş olup tekil plak çözümlerinin ulaşılabilir olduğu durumlar için YC ünitelerinin mühendislik dizaynı açısından basitleştirici yaklaşık bir ön-dizayn kriteri önerilmiştir. Ele alınan problem, cam boyutları ve kalınlıklarının daha geniş data ile dahil edildiği bir incelemeye ihtiyaç duymaktadır. Bu inceleme sonucunda prEn16612 ye katkıda bulunacak formüllerin ve abakların geliştirlmesi bu çalışmanın devamını oluşturacaktır.

KAYNAKLAR

[1] G.D. Chou, J.E. Minor, C. V. G. Vallabhan, *The Structural-Mechanics Behavior of Insulating Glass Units*, Report no: 79409, Glass Research and Testing Laboratory, Texas Tech University, Texas, 1986.

[2] J.D. Wörner, X. Shen, D. Sagmeister, Determination of load sharing in insulating glass units, *Journal of Engineering Mechanics.* 119(2) (1993) 386-392.

[3] A. Kwok, W. So, S.L. Chan, Nonlinear finite element analysis of glass panels, *Engineering Structures.* 18(8) (1995) 645-52.

[4] H. Sucuoglu, C.V.G. Vallabhan, Seismic behavior of nonstructural components: window glass panels, *Transactions on the Built Environment.* 14 (1995).

[5] H. Sucuoglu, C.V.G. Vallabhan, Behaviour of window glass panels during earthquakes, *Engineering Structures.* 19(8), (1997) 685-694.

[6] H. Xenidis, K.E. Morfidis, P. Papadopoulos, A method for predicting approximate lateral deflections in thin glass plates, *Structural Engineering & Mechanics.* 53 (1) (2015) 131-146.

[7] A. Franco, G.R. Carfagni, Verification formulae for structural glass under combined variable loads, *Engineering Structures.* 83 (2015) 233-242.

[8] S.M. Morse, H.S. Norville, Comparison of methods to determine load sharing of insulating glass units for environmental loads, *Glass Struct. Eng.* 1 (2016) 315-329.

[9] J.N. Reddy, *An Introduction to The Finite Element Method.* McGraw-Hill, 2005.